

## 9.2.1 Formule, priložene izpitni poli, osnovna raven

(Vsota in razlika kubov) Za poljubna  $a, b \in \mathbb{R}$  velja  $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ .

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti  $a$  in  $b$  ter hipotenuzo  $c$ . Višina na hipotenuzo je  $v_c$ , pravokotna projekcija katete  $a$  na hipotenuzo je  $a_1$ , pravokotna projekcija katete  $b$  na hipotenuzo pa  $b_1$ . Tedaj velja  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$ .

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ , ploščina je  $S$ , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je  $r$  in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je  $R$ . Tedaj je  $r = \frac{S}{s}$  in  $R = \frac{abc}{4S}$ .

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ . Tedaj je njegova ploščina  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ .

(Ploščina trikotnika) Naj bodo  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  in  $C(x_3, y_3)$  točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči  $A, B$  in  $C$  je  $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$ .

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom  $r$  sta  $P = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ .

(Adicijski izreki) Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$ , za katera je  $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$  za poljuben  $k \in \mathbb{Z}$  in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov)

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \text{ velja } \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

$$\text{Za poljuben } x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \} \text{ velja } \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

(Elipsa) Elipsa v ravnini ima polosi  $a$  in  $b$  ( $a > b$ ), njena linearna ekscentričnost je  $e$ , njena numerična ekscentričnost je  $\varepsilon$ . Tedaj velja  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

(Hiperbola) Hiperbola v ravnini ima realno polos  $a$  in imaginarno polos  $b$ , njena linearna ekscentričnost je  $e$ , njena numerična ekscentričnost je  $\varepsilon$ . Tedaj velja  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

(Parabola) Parabola v ravnini z enačbo  $y^2 = 2px$  ima gorišče v  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , enačba premice vodnice dane parabole pa je  $x = -\frac{p}{2}$ .

(Aritmetično zaporedje) Vsota prvih  $n$  členov aritmetičnega zaporedja  $(a_n)$  je  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ .

(Geometrijsko zaporedje) Vsota prvih  $n$  členov geometrijskega zaporedja  $(a_n)$  s kvocientom  $q \in \mathbb{R}$

$$\text{je } S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ če je } q \neq 1, \text{ in } S_n = na_1, \text{ če je } q = 1.$$

(Limiti)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$  in  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

## 9.2.2 Formule, priložene izpitni poli, višja raven

(Vsota in razlika potenc z naravnim eksponentom) Za poljubna  $a, b \in \mathbb{R}$  in za poljubno naravno število  $n$  velja

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}),$$

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

(Evklidov in višinski izrek) Pravokotni trikotnik ima kateti  $a$  in  $b$  ter hipotenuzo  $c$ . Višina na hipotenuzo je  $v_c$ , pravokotna projekcija katete  $a$  na hipotenuzo je  $a_1$ , pravokotna projekcija katete  $b$  na hipotenuzo pa  $b_1$ . Tedaj velja  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$ .

(Polmera trikotniku včrtanega in očrtanega kroga) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ , ploščina je  $S$ , polmer danemu trikotniku včrtanega kroga je  $r$  in polmer danemu trikotniku očrtanega kroga je  $R$ . Tedaj je  $r = \frac{S}{s}$  in  $R = \frac{abc}{4S}$ .

(Heronova formula) Trikotnik ima stranice  $a, b$  in  $c$ , polovica obsega je  $s = \frac{a+b+c}{2}$ . Tedaj je njegova ploščina  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ .

(Ploščina trikotnika) Naj bodo  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  in  $C(x_3, y_3)$  točke v ravnini. Ploščina trikotnika z oglišči  $A, B$  in  $C$  je enaka  $S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$ .

(Krogla) Površina in prostornina krogle s polmerom  $r$  sta  $P = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ .

(Razdalja točke od premice) Naj bodo  $a, b, c, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$  in naj  $a$  in  $b$  ne bosta oba enaka 0. Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $p$ , podane z enačbo  $ax + by - c = 0$ , je

$$d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

(Logaritem) Naj bosta  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ . Tedaj za vsak  $x > 0$  velja  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ .

(Adicijski izreki) Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y.$$

Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; k \in \mathbb{Z} \right\}$ , za katera je  $x + y \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$  za poljuben  $k \in \mathbb{Z}$  in

$$\tan x \tan y \neq -1, \text{ velja } \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}.$$

(Kotne funkcije polovičnih kotov) Za poljuben  $x \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

Za poljuben  $x \in \mathbb{R} \setminus \{ \pi + \pi \cdot 2k; k \in \mathbb{Z} \}$  velja  $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ .

(Faktorizacija vsote in razlike kotnih funkcij) Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2},$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2},$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}.$$

**(Razčlenitev produkta kotnih funkcij)** Za poljubna  $x, y \in \mathbb{R}$  velja

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}(\cos(x+y) - \cos(x-y)),$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y)),$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y)).$$

**(Elipsa)** Elipsa v ravnini ima polosi  $a$  in  $b$  ( $a > b$ ), njena linearna ekscentričnost je  $e$ , njena

numerična ekscentričnost je  $\varepsilon$ . Tedaj velja  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

**(Hiperbola)** Hiperbola v ravnini ima realno polos  $a$  in imaginarno polos  $b$ , njena linearna

ekscentričnost je  $e$ , njena numerična ekscentričnost je  $\varepsilon$ . Tedaj velja  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

**(Parabola)** Parabola v ravnini z enačbo  $y^2 = 2px$  ima gorišče v  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , enačba premice vodnice

dane parabole pa je  $x = -\frac{p}{2}$ .

**(Aritmetično zaporedje)** Vsota prvih  $n$  členov aritmetičnega zaporedja  $(a_n)$  je  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ .

**(Geometrijsko zaporedje)** Vsota prvih  $n$  členov geometrijskega zaporedja  $(a_n)$  s kvocientom  $q \in \mathbb{R}$

je  $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ , če je  $q \neq 1$ , in  $S_n = na_1$ , če je  $q = 1$ .

**(Limiti)**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$  in  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .

**(Nedoločeni integral)** Naj bo  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Tedaj je za vsak  $C \in \mathbb{R}$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C \quad \text{in} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C.$$

**(Integracija po delih)** Naj bo  $D \subseteq \mathbb{R}$  in  $u, v: D \rightarrow \mathbb{R}$  odvedljivi funkciji. Tedaj velja

$$\int u \cdot v' = u \cdot v - \int v \cdot u'.$$

**(Volumen rotacijskega telesa)** Naj bo  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  zvezna funkcija. Volumen telesa, ki ga dobimo tako, da lik, ki ga omejujejo graf funkcije  $f$ , abscisna os ter premici  $x = a$  in  $x = b$ , zavrtimo

okrog abscisne osi za  $360^\circ$ , je  $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$ .

**(Bernoullijeva formula)** Naj bo  $p$  verjetnost, da se v danem poskusu zgodi dogodek  $A$ . Verjetnost, da se dogodek  $A$  v  $n$  zaporednih ponovitvah poskusa zgodi natanko  $k$ -krat, je

$$P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$